

ШИФР РР-31

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 11 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Образовательный комплекс «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»  
Старооскольского городского округа

Резер Александр Дмитриевич  
(ФИО полностью)

Педагог-наставник:

учитель математики

МАОУ «ОК «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»  
(наименование ОУ)

Плотникова Надежда Михайловна  
(ФИО полностью)

11.1

4 ячеек

4 рыцарей

равно 4 открыток в 14 конвертов.

Рассмотрим случаи:

1. Если все ~~ячейки~~ ячейки положить открытку, то все скотчем "нет",

то есть 14 человек

2. Будем увеличивать кол-во открыток у ячеек, теперь 6 ячеек и 1 рыцарь положили открытку, тогда 2 человека скотчем "да", а 12 - "нет"

3. Еще раз увеличим, теперь 5 ячеек и 2 рыцаря положили открытку, тогда 4 человека скотчем "да", а 10 - "нет"

4. И еще раз, тогда 6 человек скотчем "да", а 8 - "нет"

Заметим, что число ответов "да" и "нет" всегда четное,

а 4 - число нечетное, получаем противоречие, это связано с

тем, что с увеличением одного рыцаря количество открыток формируются по двум кол-во ячеек, лежащих открытку и наоборот, и количество ответов будет зависеть только от четного числа, а в любой случай ответов четное количество.

Ответ: Нет

11.2

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

5 - среднее арифметическое

$$S = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} - \text{третее число}$$

т.е. что  $d \div 6$  ":" - означает что число делится нацело

Находим по формуле: число  $31 \xrightarrow{+6} 37 \xrightarrow{+6} 43$ , где  $S = \frac{31+37+43}{3} = 37$  - третье число

Заметим, что разность равна 6, а  $6 \div 6$ 

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_1 = a_1$$

$$S = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{a_1 + a_1 + d + a_1 + a_1 + 2d}{3} = \frac{3a_1 + 3d}{3} = a_1 + d$$

1

$a_1$  и  $a_2$  - простые числа  $\Rightarrow a_1 \nmid 3$  и  $a_2 \nmid 3$

$a = (2a_1 + a_2 + 2d) \nmid 3$ , т.к.  $\bar{5}$  - нечетное число  
 $\Downarrow$   
 $2d \nmid 3 \Rightarrow d \nmid 3$ , т.к.  $2 \nmid 3$

$$a_2 = a_1 + d$$

$a_1$  и  $a_2$  - нечетные числа, т.к. все простые, кроме числа 2 - нечетные

$a$  число 2 - простое;  $n$  - нечетное,  $2$  - четное

$n \leq n + 0$ , если  $2d \nmid 3$  было нечетное, то правая часть

Если  $2d \nmid 3$   $n + n \leq 2$ , левая часть - нечетная, противоречие.

Значит  $2d \nmid 3$  - четное, а значит  $d \nmid 2$

$\left. \begin{matrix} d \nmid 2 \\ d \nmid 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow d \nmid 6$ , т.к. в числе  $d$  нет простых его делителей  $2$  и  $3$

Пример:  $31 \xrightarrow{+6} 37 \xrightarrow{+6} 43$   $\bar{5} = \frac{31+37+43}{3} = 37$  - простое число,

$d \nmid 6 \Rightarrow d \nmid 6$  н.м.д.  
 и.с.  $a^3 - b^3 \leq c^4$   
 $c > 5^{2400}$   
 $a, b, c \in \mathbb{N}; a \neq b$ , т.к.  $a - b \geq 0 \Rightarrow c \geq 0$ , а  $c \in \mathbb{N}$ .  
 что является противоречием

$$a^3 - b^3 > 5^{8100}$$

Пусть  $a = a' \cdot 5^{2400}$ ,  $b = b' \cdot 5^{2400}$   
 $a', b' \in \mathbb{N}$

$$(a' \cdot 5^{2400})^3 - (b' \cdot 5^{2400})^3 > 5^{8100}$$

$$5^{8100} \cdot (a'^3 - b'^3) > 5^{8100} \quad | : (5^{8100}) \text{, т.к. } 5^{8100} > 0 \text{, знак не меняется}$$

$$(a')^3 - (b')^3 > 1 \quad a'_{\min} = 2 \quad (2')^3 = 8 \quad b'_{\min} = 1 \quad (1')^3 = 1 \quad 8 - 1 = 7 > 1$$

$$a' \neq b' \text{, т.к. } a \neq b \text{ и } a' > b' \text{, т.к. } a > b \text{, значит}$$

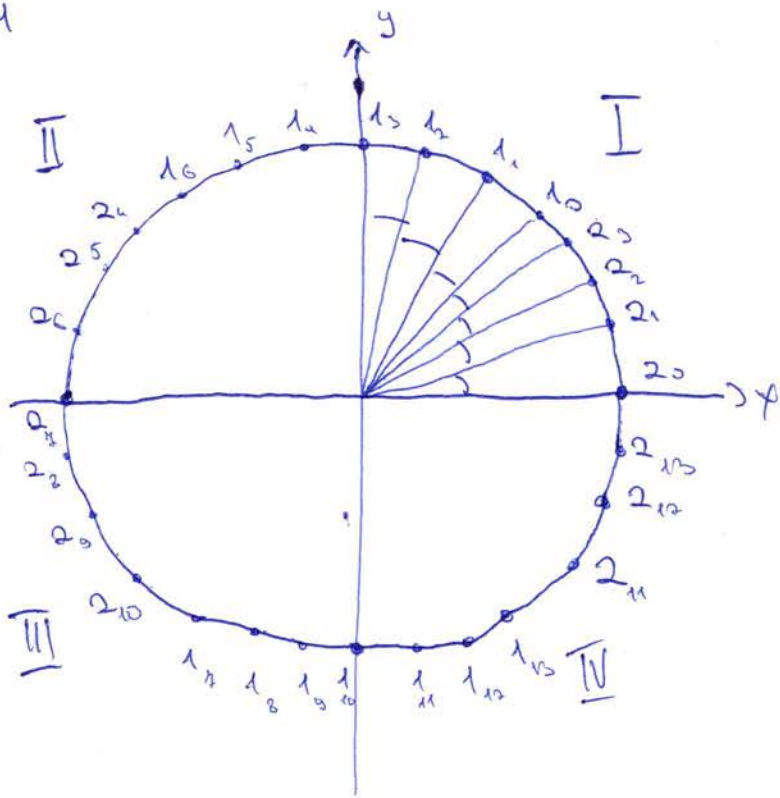
у выражения есть решение в натуральных числах

Пример: пусть  $a' = 2$ , тогда  $a = 2 \cdot 5^{2400}$ ,  $b' = 1$ , тогда  $b = 1 \cdot 5^{2400}$   
 $a^3 - b^3 \leq 8 \cdot 5^{8100} - 5^{8100} = 7 \cdot 5^{8100}$ , т.к.  $7 > 5$

35

реально  
 ввелось

Ответ: Верно



Т.к. одна ~~мощ~~ вершина ~~начина~~ в точку  $(1; 0)$ , а  
 симметрична ~~правильной~~, значит в точке  $(-1; 0)$ , тоже  
 будет вершина. Также во всех четвертях должно быть  
 одинаковое число точек  $28 - 2 = 26$  (2 - кол-во вершин,  
 лежащих на пересечении четвертей), а  $26 \div 4$ , а  $24 \div 4$ ,  
 значит еще две вершины будут лежать на пересечении  
 четвертей, то есть в точках  $(0; 1)$  и  $(0; -1)$   
 Модуль синуса возрастает на промежутках  $2 \in (0; \frac{\pi}{2})$   
 и  $2 \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ ; Модуль косинуса возрастает на  
 промежутках  $2 \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$  и  $2 \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$

I Определим номер <sup>какое</sup> <sup>сигналов</sup> <sup>длина</sup> <sup>вдоль</sup> <sup>первый</sup> <sup>уровня</sup> <sup>ухода</sup>  
вдоль уровня "1", а остальные уровни "2" с индексом

$$\text{II } S_1 = (\sin \alpha_0 + \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3 + \sin \alpha_4 + \sin \alpha_5 + \sin \alpha_6) \cdot 2$$

Заметим, что все остальные узлы ориентованы на  $\pi$ , а м.к. на  
расширяваем модуль синуса все узлы направлены от него

III: Аналогично  $c S_2$

11-31

$$S_2 = (|\cos \beta_{2_{11}}| + |\cos \beta_{2_{12}}| + |\cos \beta_{2_{13}}| + |\cos \beta_{2_{14}}| + |\cos \beta_{2_{15}}| + |\cos \beta_{2_{16}}| + |\cos \beta_{2_{17}}|) \cdot 2$$

IV Система доказана  $S_1 > S_2$

$$(|\sin \alpha_{10}| + |\sin \alpha_{11}| + |\sin \alpha_{12}| + |\sin \alpha_{13}| + |\sin \alpha_{14}| + |\sin \alpha_{15}| + |\sin \alpha_{16}|) \cdot 7 \Rightarrow$$

$$(|\cos \beta_{2_{11}}| + |\cos \beta_{2_{12}}| + |\cos \beta_{2_{13}}| + |\cos \beta_{2_{14}}| + |\cos \beta_{2_{15}}| + |\cos \beta_{2_{16}}| + |\cos \beta_{2_{17}}|) \cdot 7$$

$$|\sin \alpha_{13}| = 1$$

$$|\cos \beta_{2_{10}}| = 1$$

Означим  $\alpha$  номер, для которого выполняется не  $\alpha$  равенство,  $\Rightarrow |\cos \beta_{2_{11}}| \leq |\sin \alpha_{11}|$ ,  $|\cos \beta_{2_{12}}| \leq |\sin \alpha_{12}|$  и так аналогично со всеми углами  $\Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow$   $\alpha$  при выполнении не выполняется не  $S_1 > S_2$

65

11.3

(приведено)

Определим. Нужно переписать все члены сценария, чтобы было понятно, что это за принцип и почему.

P - Система неравенств

$$P = 19(a + b + c), \text{ где } a \geq 2, b \leq 25, c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_{10}$$

$$P = 19(2 + 25 + c) \leq 513 + 19c$$

$$c = \frac{c_1 + c_{10}}{2} \cdot 19$$

$$513 + 19c \geq 208$$

$$19c \geq 205$$

$$19 \cdot \frac{c_1 + c_{10}}{2} \cdot 19 \geq 205 \cdot 2$$

$$19^2 (c_1 + c_{10}) \geq 590 \quad c_1 + c_{10} \geq \frac{590}{361}$$

т.к. стороны целочисленные, то минимальное значение  $c - 1$  и  $2$ ,  $a + b \geq 3$ , что  $\geq 1 \frac{229}{361}$

к.м.у.